Faculté de physique et ingénierie
Université de Strasbourg

CC1 Electromagnétisme de la matière - L3 Physique
(mars 2026 ; durée : 2h)

Exercice 1: Influence d'une charge sur un conducteur à l'équilibre, et charge image équivalente

1. Un conducteur à l'équilibre (thermodynamique) admet-il un champ électrique statique non nul en son sein ?
2. On suppose que le conducteur est chargé positivement. Déterminer la localisation de ces charges. Quelle est l'orientation par rapport à la surface du champ électrique juste en dehors du conducteur ? Justifier votre réponse.
3. Déduire, en utilisant le théorème de Gauss, le vecteur champ électrique au voisinage de la surface de ce conducteur. Justifier qualitativement pourquoi ce champ est deux fois plus grand que celui d'un plan qui porte la même densité surfacique σ de charges électriques.
4. Quelle propriété remarquable du potentiel électrostatique le conducteur vérifie-t-il ?
5. Une particule chargée $q > 0$ est approchée d'un conducteur initialement neutre, cas (i), figure 1. Un état d'équilibre s'instaure. Représenter qualitativement sur un schéma les lignes de champ issues de la charge et les charges portées par le conducteur.
6. Une particule chargée est introduite dans une cavité vide fermée à l'intérieur d'un conducteur initialement neutre et à l'équilibre, cas (ii). Représenter qualitativement les lignes de champ et les charges du conducteur. Vérifier la cohérence de cette distribution à l'aide du théorème de Gauss.
7. Une particule chargée est située à une hauteur h au dessus d'un demi-plan conducteur à l'équilibre (on suppose qu'il est infini), cas (iii). Montrer que le champ électrique dans la région $z > 0$ (vide) est indiscernable de celui du champ créé par la charge q et sa **charge image** $-q$ placée de façon symétrique par rapport au plan interface métal-vide. En déduire la force de Coulomb exercée par le demi-plan métallique sur la charge (et réciproquement).
8. Calculer la distribution de la charge électrique en tout point de la surface de ce conducteur et déduire la charge totale de la surface de ce conducteur. L'influence est-elle totale entre la charge q et le conducteur ?
9. En utilisant cette densité de charge surfacique calculer directement la force totale exercée par cette distribution de charges sur la charge q. Comparer ce résultat à celui de la question (7).

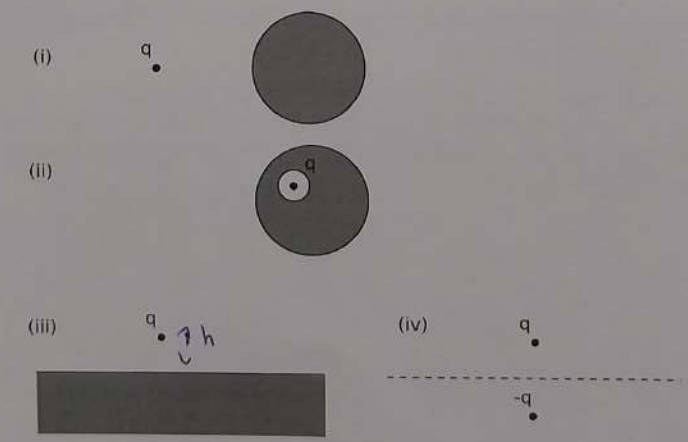


Figure 1 – (i) Particule chargée à proximité d'un conducteur, (ii) particule chargée située dans une cavité, à l'intérieur d'un conducteur, (iii) particule chargée à proximité d'un demi-plan infini conducteur et (iv) charge image équivalente au conducteur sous influence

Exercice 2: Charges liées équivalentes

On montre que toute répartition arbitraire de polarisation est équivalente à une combinaison de charges liées en volume ρ_l et en surface σ_l.

On suppose un corps matériel portant une polarisation $\vec{P}(\vec{r})$ en volume (Ω) à priori arbitraire. $\hat{n}$ désigne le vecteur unitaire normal à la surface $S = \partial\Omega$ de l'objet.
On considère une boule diélectrique de rayon R. On suppose qu'elle est uniformément polarisée, de densité de polarisation $\vec{P}$.

1. En supposant que le potentiel d'un dipôle élémentaire est donné par $V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}$, où $\vec{p}$ est le moment dipolaire électrique du dipôle et où $\hat{r} = \vec{r}/r$, montrer que le potentiel électrique d'un diélectrique, au point $\vec{r}$, est donné par

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_\Omega \mathrm{d}^3r' \, \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{||\vec{r}-\vec{r}'||^3}\cdot\vec{P}(\vec{r}'), \tag{1}$$

   où Ω est le volume du diélectrique et $\vec{P}(\vec{r}')$ la polarisation électrique au point $\vec{r}'$ de ce diélectrique.

2. En déduire que pour un diélectrique homogène ce potentiel est donné par

$$V(\vec{r}) = \vec{P}\cdot\vec{E}_{\text{aux}}(\vec{r}), \tag{2}$$

   où le champ auxiliaire $\vec{E}_{\text{aux}}$ est défini par

$$\vec{E}_{\text{aux}}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_\Omega \mathrm{d}^3r' \, \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{||\vec{r}-\vec{r}'||^3}. \tag{3}$$

3. Reconnaitre que ce champ auxiliaire correspond à celui d'une densité volumique constante de charge électrique à déterminer. Utiliser ensuite le théorème de Gauss pour calculer ce champ auxiliaire à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère.

4. Utiliser l'expression du potentiel précédent ainsi que les résultats du champ auxiliaire pour calculer le potentiel électrique à l'extérieur de cette boule.

5. En déduire le champ électrique à l'extérieur de cette boule et représenter de façon approchée les lignes de champ.

6. Montrer que l'équation (1) du potentiel V créé par un dipôle peut s'écrire de la façon suivante :

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_\Omega \mathrm{d}\vec{r}' \, \vec{\nabla}_{r'}\left(\frac{1}{||\vec{r}-\vec{r}'||}\right)\cdot\vec{P}(\vec{r}') \tag{4}$$

7. Déterminer la densité volumique de charges liées $\rho_l(\vec{r})$ et $\sigma_l(\vec{r})$ surfacique équivalente, c'est à dire produisant le même potentiel extérieur que la densité de polarisation $\vec{P}(\vec{r})$ initiale. *Indication : on intégrera par parties.*

8. Démontrer qu'en l'absence de charges libres, et dans un diélectrique homogène isotrope, les charges équivalentes de polarisation sont uniquement surfaciques.

9. *Question bonus* : Utiliser l'expression du potentiel de cette densité de charges liées $\sigma_l(\vec{r})$ surfacique pour calculer directement le potentiel électrique au point $\vec{r}$ à extérieur de la boule et montrer que ce résultat est le même que celui produit par l'équation (2). *Indication : pour calculer l'intégrale on peut prendre l'axe z' du nouveau référentiel le long du vecteur $\vec{r}$.*