L_3 Relativité — Contrôle continu n°1
Octobre 2025 — Durée 1h
Documents, calculatrice et téléphones portables interdits

Question de cours

Soient $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ deux repères d'inertie.

1 Énoncer le principe de relativité.

2 Groupe de Poincaré.

2.1 Décrire avec soin le groupe de Lorentz.

2.2 Décrire avec soin le groupe de Poincaré.

2.3 Combien de paramètres le groupe de Poincaré admet-il ?

2.4 Quelles sont les transformations associées aux principes d'isotropie et d'homogénéité ?

3. Boost de Lorentz. On suppose maintenant que le repère $\mathcal{R}'$ est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse $\vec{u}$ par rapport à $\mathcal{R}$.

3.1 Peut-on fixer $\vec{u}$ parallèle à l'axe Ox^1 ? Si oui pourquoi ?

3.2 Exprimer le boost de Lorentz direct et inverse.

Exercice

Soient $\mathcal{R}, \mathcal{R}'$ et $\mathcal{R}''$ trois repères d'inertie. On suppose que $\mathcal{R}'$ est animé d'un mouvement de vitesse rectiligne et uniforme u parallèle à l'axe Ox^1 par rapport au référentiel $\mathcal{R}$. On suppose également que $\mathcal{R}''$ est animé d'un mouvement de vitesse rectiligne et uniforme u' parallèle à l'axe $O'x'^1$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}'$. Le but de cet exercice est de calculer la vitesse de $\mathcal{R}''$ par rapport à $\mathcal{R}$. Toutes les étapes doivent être traitées avec soin. **Toute méthode autre que celle proposée ci-dessous est possible à condition que chaque étape soit justifiée correctement.**

Il est préférable de traiter cet exercice de façon matricielle.

1 Donner les boosts de Lorentz de permettant de passer des référentiels

1.1 $\mathcal{R}$ à $\mathcal{R}'$;

1.2 $\mathcal{R}'$ à $\mathcal{R}''$.

2 On note $\beta'' = u''/c$ et $\gamma'' = 1/\sqrt{1-\beta''^2}$ où u'' est la vitesse (parallèle à Ox^1) de $\mathcal{R}''$ par rapport à $\mathcal{R}$.

2.1 Montrer que

$$\begin{aligned} \gamma'' &= \gamma\gamma'(1+\beta\beta') \\ \gamma''\beta'' &= \gamma\gamma'(\beta+\beta') \end{aligned}$$

où γ, β (respectivement γ', β') caractérisent le boost de Lorentz de la question **1.1** (respectivement de la question **1.2**).

2.2 En déduire la vitesse u''.

2.3 Question bonus Montrer que nous avons bien $\gamma'' = 1/\sqrt{1-\beta''^2}$, avec $\beta'' = u''/c$ où u'' est donnée dans la question **2.2**.

Fin de l'épreuve