Université de Strasbourg

L_3 Relativité
Contrôle continu n° 2, 2025
Documents, calculatrice et téléphones portables interdits

Question de cours

On admet que les composantes du tenseur électromagnétique $F_{\mu\nu}$ sont données par :

$$F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{E^1}{c} & \frac{E^2}{c} & \frac{E^3}{c} \\ -\frac{E^1}{c} & 0 & -B^3 & B^2 \\ -\frac{E^2}{c} & B^3 & 0 & -B^1 \\ -\frac{E^3}{c} & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix}$$

avec $\vec{E}$ le champ électrique et $\vec{B}$ le champ magnétique.

1 Soit Λ une transformation de Lorentz quelconque. Écrire la loi de transformation de $F_{\mu\nu}$ en fonction de Λ sous forme indicielle ET matricielle.

2 Montrer que $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ est un invariant relativiste et l'exprimer en fonction de $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Expliciter les calculs avec soin.

On admet que le tenseur est défini à partir du quadrivecteur potentiel A^μ :

$$A^\mu = \begin{pmatrix} A^0 = V/c \\ \vec{A} \end{pmatrix} \qquad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

2 Démontrer que $F_{\mu\nu}$ satisfait la relation suivante :

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\rho F_{\mu\nu} = 0$$

3 Quelles sont les équations de Maxwell équivalentes à l'identité précédente ?

Exercice

On considère la réaction de création d'une particule Σ^0 et d'un pion π à partir d'un proton p et d'un méson η^0 :

$$\eta^0 + p \longrightarrow \pi + \Sigma^0$$

Toutes ces particules sont massives et on note $m_\eta, m_p, m_\pi, m_\Sigma$ leurs masses respectives.

1 Donner les équations de conservation et invariants relativistes.

2 On suppose que le proton est initialement au repos et que la particule Σ^0 est créée au repos. Calculer l'énergie de la particule η^0.

3 Les masses des particules sont les suivantes :
$m_\eta = 548$ MeV$/c^2, m_\Sigma = 1193$ MeV$/c^2, m_p = 938$ MeV$/c^2$ et $m_\pi = 140$ MeV$/c^2$
Donner l'ordre de grandeur de E_η.

Fin de l'épreuve