L3 Physique : Physique Subatomique Contrôle Continu 1 : 10/04/2026
Durée : 2h00 Matériels autorisés : Calculatrices.

1. Théorie de Bohr

En mécanique newtonienne, la masse réduite μ est la masse attribuée à l'objet fictif mis en œuvre dans la simplification des problèmes d'interaction de N corps de masses $M_1, M_2, \ldots, M_N$.
Elle est donnée par la relation :

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \ldots + \frac{1}{M_N}$$

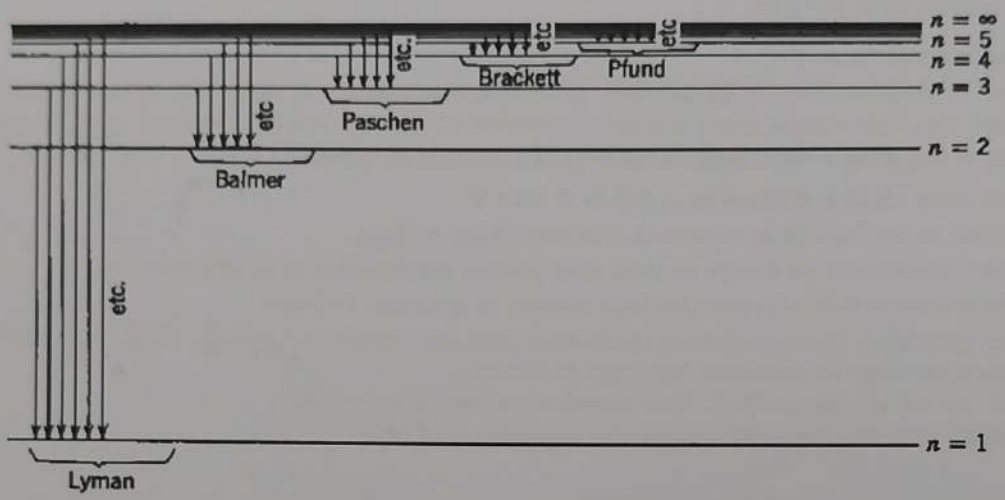


Figure 1: Atome d'hydrogène - Modèle de Bohr.

La longueur d'onde d'une raie du spectre d'un atome hydrogéneoïde X (atome qui a perdu tous ses électrons sauf un), de nombre de charge Z est donnée par :

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R_X \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \text{avec} \quad n_i > n_f \quad \text{(I)}$$

où n_i et n_f sont des nombres entiers : 1, 2, 3, 4, 5, ..., et R_X est la constante de Rydberg.

(1) En utilisant la raie rouge $\lambda = 656$ nm de la série de Balmer de l'hydrogène, correspondant à une transition depuis le niveau $n_i = 3$, calculer la constante R_H en cm^{-1}. Déterminer l'énergie d'ionisation en eV.
L'énergie d'ionisation est l'énergie nécessaire pour libérer l'électron de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental.

(2) Calculer les longueurs d'onde de la première (moins énergétique) et la dernière (la plus énergétique) raies de la série de Lyman pour l'atome d'hydrogène. En quoi la série de Lyman diffère de la série de Balmer?

(3) Pour un atome hydrogénoïde, la constante de Rydberg avec la correction de la masse réduite est donnée par la relation :

$$R_X = k \cdot \mu_X \quad \text{(II)}$$

où k est une constante indépendante de l'atome.

i. Soient m_X la masse du noyau de l'atome X et μ_X la masse réduite du système formé par le noyau et l'électron de l'atome hydrogénoïde.
Donner l'expression de la masse réduite μ_H en fonction de la masse m_e de l'électron et la masse m_H du noyau (proton) pour l'atome d'hydrogène. **Même question** pour μ_{He} qui correspond à un atome hydrogénoïde de hélium (atome d'hélium ionisé une fois dans ce cas).

ii. En se basant sur la relation (II) et les données numériques, calculer le rapport des masses nucléaires $\frac{m_H}{m_{He}}$, sachant que la constante de Rydberg pour l'atome hydrogénoïde du d'hélium est $R_{He} = 109800.83\ \text{cm}^{-1}$.
Déduire la masse du noyau d'hélium en u.

(4) Calculer la longueur d'onde de la transition $n_i = 2$ à $n_f = 1$ pour l'atome hydrogénoïde d'hélium. Comparer cette longueur d'onde à celle de la transition équivalente pour l'atome d'hydrogène et expliquer la différence observée.

On donne :
La constante de conversion : $\hbar c = 197.33\,\text{eV}\cdot\text{nm}$ avec $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h : constante de Planck
Masse du proton (noyau d'^1H): $m_p = m_H = 1.00807\,\text{u}$
Masse de l'électron : $m_e = m_H/1836$

2. Effet Zeeman anormal (faible champ magnétique)

Nous proposons d'étudier la transition $3d_{5/2} \to 3p_{3/2}$ du sodium dans un champ magnétique faible ($B = 0.4$ T). La longueur d'onde mesurée avec $B = 0$ est

A **Sans champ magnétique $B = 0$:**

(1) Extraire les informations sur les nombres quantiques des niveaux à partir des libellés donnés dans l'énoncé.

(2) Calculer la fréquence ν, et l'énergie E (eV) de la transition en question.

B **Application d'un champ magnétique faible $B = 0.4$ T :**

(1) Déterminer en combien de sous-niveaux éclateront $3d_{5/2}$ et $3p_{3/2}$.

(2) Exprimer l'écartement en énergie de deux sous niveaux consécutifs d'un niveau donné $n\ell_j$

(3) Calculer le facteur de Landé pour les deux niveaux en question. Conclure?

(4) Réaliser un schéma des sous-niveaux de Zeeman pour les niveaux en question. Puis tracer toutes les transitions permises en respectant les règles de sélection :
$\Delta\ell = \pm 1$, $\Delta j = 0, \pm 1$, $\Delta m_j = 0, \pm 1$. On s'attend à combien de transitions?

(5) **(BONUS)** Calculer toutes les énergies des transitions possibles.

Données :

- La constante $hc = 12.41 \cdot 10^3 \text{eV.Å}$
- Le magnéton de Bohr : $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \times 10^{-5} eV/T$
- Le facteur de Landé : $g = \frac{3}{2} + \frac{s(s+1)-\ell(\ell+1)}{2j(j+1)}$

3. Équation angulaire de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène

On considère l'équation en θ issue de l'équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène :

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left(\sigma - \frac{m^2}{\sin^2\theta}\right)\Theta = 0$$

où $\Theta(\theta)$ est la partie angulaire de la fonction d'onde, $m(\in \mathbb{Z})$ est le nombre quantique magnétique, et σ est une constante à déterminer.

(1) On cherche des solutions de l'équation générale de la forme :

$$\Theta = Y\Theta^+\Theta^- = Y(1-x^2)^{|m|/2}$$

avec Y un polynôme borné. En injectant cette forme de Θ, l'équation différentielle pour Y est donnée par :

$$(1-x^2)\,Y'' - [2(|m|+1)x]\,Y' + [\sigma - |m|(|m|+1)]\,Y = 0$$

Cette équation différentielle n'admet des solutions bornées que si elle correspond à la forme standard suivante,

$$(1-x^2)\,Y'' + [(\beta-\alpha) - (\alpha+\beta+2)x]\,Y' + n(n+\alpha+\beta+1)\,Y = 0$$

avec α, β des constantes et n un entier naturel. Dans ce cas, on en connaît des solutions particulières, les polynômes de Jacobi $P_n^{\alpha,\beta}(x)$. **En comparant** les deux équations, démontrer que σ peut se mettre sous la forme $\ell(\ell+1)$, où ℓ est un entier positif. **En déduire** la relation entre m et ℓ.

(2) Quelle est la signification physique de ℓ et m dans le contexte de l'atome d'hydrogène ?

4. Réaction à deux corps

On considère la réaction suivante :

$$X_1 + X_2 \rightarrow X_3 + X_4$$

avec X_1 le projectile, X_2 le noyau cible, X_3 l'éjectile et X_4 le noyau de recul. On note leurs masses m_1, m_2, m_3 et m_4, et leurs énergies cinétiques $T_1, T_2 = 0, T_3$ et T_4, respectivement. On suppose que toutes les particules mises en jeu sont non-relativistes.

(1) Citer les lois de conservation qui contraignent la cinématique de la réaction.
Pourquoi utilise-t-on des détecteurs lors des études de réactions?

(2) Exprimer la chaleur de la réaction Q en fonction des énergies cinétiques des noyaux de la réaction.

(3) On se place pour cette question dans le référentiel du centre de masse. Dans le cas d'une réaction endo-énergétique, démontrer que l'énergie cinétique seuil du projectile est donnée par

$$T_s = -Q\frac{M_1 + M_2}{M_2}$$

(4) L'étude du même système dans le référentiel du laboratoire donne la même énergie seuil sous une autre forme $T_s = -Q\frac{M_3+M_4}{M_3+M_4-M_1}$ Réconcilier les deux expressions (*i.e.* déduire T_s de la question (3) de T_s de la question (4)).